

用于重建流体分布的多电极电容层析成像方法

马宁 王延平

(武汉大学信号处理研究室, 软件工程国家重点实验室, 武汉 430072)

摘要 一种用于两种成份流体成像的多电极电容层析成像系统的有限元模型和成像方法, 当已知流体成份分布时, 用有限元方法求出电极对之间的电容值, 并用该方法计算出系统的灵敏度分布, 以此作为先验知识用反投影法重建出流体成份的分布图象。

关键词 电容层析成像, 有限元方法, 反投影

1 引言

近年来, 用于多种成份的流体测量和实时成像的电容层析成像系统得到了较大的发展和应用, 例如在工业用的输送管道中, 流体经常是几种介电常数不同的成分的混合, 尤其是两种成分的混合, 如油和水、油和气体的混合物, 了解这些流体中各成分的分布是很重要的, 比较传统的办法是用超声波, X光射线, 核磁共振等进行测量。一种较新的技术是将多个电极放置在输送管道的外部四周, 测量出两电极之间的电容值, 从而重建出流体的成分分布图象。与传统的层析成像技术相比, 该技术具有经济、快速、构造简单等特点。

本文讨论了有 12 个电极传感器的电容层析成像系统及其系统的横截面图(图 1)。 R_1 、 R_2 和 R_3 分别是内管壁、外管壁和屏蔽罩的半径, θ 是一个电极覆盖的角度。这 12 个电极对称安装在输送管的绝缘壁外, 相邻两个电极之间有一个径向接地屏用于减小相邻电极之间的电容值。半径为 R_3 的外部屏蔽罩也接地, 用于屏蔽整个系统, 使它不受杂散场的干扰。在这个屏和管道壁之间充满了绝缘材料($\epsilon = \epsilon_{\text{fil}}$)。由于管道材料和屏蔽罩与电极之间的绝缘材料是预先知道的, 所以, 待重建的区域是内管壁以内的部分。本文研究只包含油($\epsilon = \epsilon_{\text{oil}}$)和气体($\epsilon = \epsilon_{\text{gas}}$)两

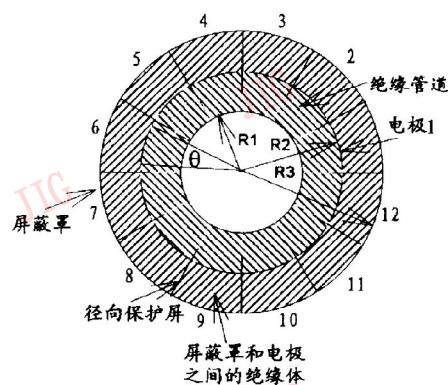


图 1 12 个电极的电容层析成像系统原理图
Fig. 1 Schematic diagram of a 12-electrode capacitance tomography system.

种成份的流体的成像方法, 用有限元方法解决该系统中的正问题的过程, 基于灵敏度分布的反投影图象重建算法, 以及给出实验结果, 得出结论。

2 有限元方法求解电极对之间的电容值

对于图 1 所示的电容层析成像系统, 一共可以得到 66 个独立的测量电容值^[1]。在一个完整的测量循环中, 首先将电极 1 作为激励电极, 电极 2 到 12 都接在虚拟地电位上, 它们是探测电极, 并行测量出电极 1 和 2, 1 和 3, ..., 1 和 12 之间的电容。其次, 电

极2作为激励电极,探测电极为电极3到12,并行测量出电极2分别和这10个探测电极之间的电容值,由于互易性,电极1在这一过程中是多余的电极,它被接地,称为保护电极。不断进行这样的过程,一直到电极11作为激励电极,电极12作为探测电极,而电极1到10都是保护电极为止。系统的屏蔽罩和径向插入屏始终接地。这样一共得到66个独立的测量值。

对该系统首先作如下假设:(1)由于电极的长度有限造成的边缘场效应忽略不计;这就假定了在输送管道内,任何与管道的轴线垂直的平面上的电场分布是一样的。(2)流体成分的分布在沿管道轴线的方向上保持空间不变性。(3)流体中各成分的介电率始终为常数,并且不依赖于电场分布。在这些条件下,并假设系统内没有自由电荷,那么上述测量过程中系统内的电场分布可用如下的拉普拉斯方程来表征:

$$\nabla \cdot [\varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y)] = 0 \quad (1)$$

当电极 $i (i=1, 2, \dots, 11)$ 是激励电极时,电场的边界条件为

$$\Psi^{(i)} = \begin{cases} V_i & (x, y) \subseteq \Gamma_i \\ 0 & (x, y) \subseteq \Gamma_k (k=1, \dots, 12, k \neq i) \\ & \cup (x, y) \subseteq (\Gamma_s + \Gamma_{pg}) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\phi(x, y)$ 和 $\varepsilon(x, y)$ 分别是二维电位分布和介电常数分布。 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{12}$ 代表12个电极所在的空间位置, Γ_s 表示系统最外面的屏蔽罩, Γ_{pg} 为12个径向屏蔽屏。

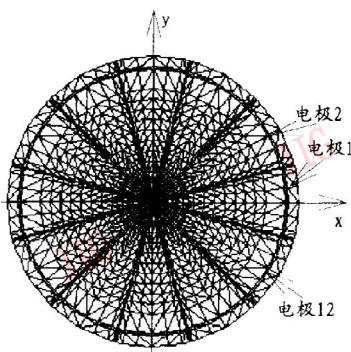


图2 12个电极的电容层析成像系统的有限元模型

Fig. 2 FEM model of a 12-electrode capacitance tomography system.

正问题是当已知介电常数的分布时,在本文中就是当已知油和气体两种成分的分布时,求出66个电极对之间的电容值。要解这个问题,首先要求解公

式(1),得到电位分布 $\phi(x, y)$ 。因为流体的成分分布是很不规则的,因此公式(1)就没有解析解。本文采用有限元方法^[2]进行求解。根据电容成像系统的几何对称性,以及模型精度的需要,所用的有限元模型如图2所示。整个区域被分成 p 个曲边三角形,一共有 Q 个节点。假设每个三角形单元中的介电率是均匀的,对于第 j 个三角形单元,用 ε_j 表示它的介电率。 p 个单元的介电率构成一个矢量 $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p)$,待重建区域的油和气体的成分分布用矢量 ε^* 表示,它是矢量 ε 的子集合。当电极 $i (i=1, 2, \dots, 11)$ 作为激励电极时,节点电压分布用 Q 维向量 $V^{(i)}$ 表示,通过有限元方法可得到一个线性方程组

$$Av^{(i)} = b^{(i)} \quad (3)$$

其中 $b^{(i)}$ 是结合公式(2)的边界条件得到的 Q 维向量, A 是一个 Q 阶稀疏方阵,它的元素不仅由介电率分布矢量 ε 也即油和气体分布矢量 ε^* 确定,依赖于有限元模型的拓扑结构。

本文用超松弛迭代法解出线性方程组(3),从而得到电极 i 为激励电极时的节点电位分布 $V^{(i)}$,那么电极对 $i-j$ 之间的电容 $C_{i,j}$ 通过下式计算:

$$C_{i,j} = Q(\Gamma_j) / V_c = (1/V_c) \int_{(x,y) \subseteq \Gamma_j} \varepsilon(x, y) \nabla \phi^{(i)}(x, y) \cdot d\vec{\Gamma}_j \quad (4)$$

其中 $Q(\Gamma_j)$ 为探测电极 $j (j=i+1, \dots, 12)$ 上的感应电荷, $\phi^{(i)}(x, y)$ 是当电极 i 为激励电极时的二维电位分布,它的离散形式就是 $V^{(i)}$ 。流体分布 $\varepsilon(x, y)$ 的离散形式为 ε 。

实验证明,上述有限元方法的主要误差来源是离散化带来的误差和计算电容时引入的误差。离散化带来的误差是有限元方法本身固有的,在大多数情况下,它只能被减小而不能完全消除。这些误差是由划分的各个单元的大小和形状决定的。那么,对于一个给定的几何结构,可以用更细的网格且更接近于正三角形的单元进行有限元划分,以减小误差。计算电容时引入的误差主要依赖于电场的解的精确程度。除此之外,计算公式(4)的线性积分的数值解法也会对误差造成影响。

3 基于系统灵敏度分布的反投影重建算法

逆问题是要根据测量得到的66个电容值 $C_{i,j}$ 求出公式(4)中介电率分布 $\varepsilon(x, y)$,实际上就是根据测量得到的电容值求出待重建区域的介电率分布

矢量 ϵ^* 。这是一个复杂的非线性问题并且是欠定的。本文采用反投影算法,用系统的灵敏度分布作为先验知识^[3]。若电极 i 为激励电极,对于电极对 $i-j$ 而言,系统灵敏度分布 $S_{i,j}(K)$ 定义为

$$S_{i,j}(K) = \mu(K)(C_{i,j}(K) - C_{i,j(\text{gas})})/(\Delta C_{i,j}\Delta\epsilon) \quad (5a)$$

其中

$$\Delta C_{i,j} = C_{i,j(\text{oil})} - C_{i,j(\text{gas})} \quad (5b)$$

$$\Delta\epsilon = \epsilon_{(\text{oil})} - \epsilon_{(\text{gas})} \quad (5c)$$

$C_{i,j}(K)$ 是当管内第 K 个元素(该元素在半径为 R_1 的圆内)的介电常数为 $\epsilon_{(\text{oil})}$ 而管内其余的元素介电常数都为 $\epsilon_{(\text{gas})}$ 时电极对 $i-j$ 之间的电容值。 $C_{i,j(\text{gas})}$ 和 $C_{i,j(\text{oil})}$ 分别是管内充满气体和充满油时电极对 $i-j$ 之间的电容值。 $\mu(K)$ 等于管内第 K 个元素的面积的倒数。为了将灵敏度分布应用于图象重建算法,还需要将它从有限元领域变换到图象像素领域,

$$\Omega_{i,j}(P) = T\{S_{i,j}(K)\} \quad (6)$$

其中 $\Omega_{i,j}(P)$ 是变换到图象像素域的灵敏度分布, P 是像素编号,(本文中 $P=1,2,\dots,3217$);表示变换算子,包括尺度变换,平移和内插等。

从上述分析发现,为了得到系统的灵敏度分布,需要对每个单元重复一次正问题的求解过程,每个

单元都要计算出 66 个值,这是一件非常耗时的工作。根据整个系统的对称性,可以减少一定的计算量。在如图 2 所示的直角平面坐标系中,本文只对和 x 轴正向的夹角在 -15° 到 15° 范围内的单元进行计算,其余单元可由这些单元旋转得到。例如,假设单元 k 位于这个角度范围内,它的质心和圆心的连线和 x 轴正向的夹角为 α ,并且该质心和圆心的距离为 d ,对这个单元计算出 66 个灵敏度值 $S_{i,j}(K)$ ($i=1,\dots,11, j=i+1,\dots,12$) 那么那些质心和圆心的距离为 d 并且质心和圆心的连线和 x 轴的夹角为 $m \times 30^\circ + \alpha$ ($m=1\cdots 11$) 的单元的 66 个灵敏度值由单元 k 的灵敏度值旋转得到。表 1 列出了一部分灵敏度值的对应情况,其余情况可由此表类推。这样计算量大大减小。

令待重建的图象为 $G_{(p)}$,本文采用如下改进的反投影算法,

$$G_{(p)} = W_{(p)} \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=i+1}^{12} \lambda_{i,j} \Omega_{i,j}(P) \quad (7a)$$

其中

$$W_{(p)} = \left(\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=i+1}^{12} \Omega_{i,j}(P)^{-1} \right) \quad (P=1,2,\dots,3217) \quad (7b)$$

$\lambda_{i,j}$ 是测量电容的归一化表示,定义为

表 1 单元 k 的部分灵敏度值和由它旋转 $m \times 30^\circ$ 角的单元的灵敏度的对应表*

Table 1 List of some sensitivity of element k and the corresponding sensitivity of the element obtained by rotating the element k with angle $m \times 30^\circ$

单元 K	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$	$m=9$	$m=10$	$m=11$
$S_{1,2}$	$S_{2,3}$	$S_{3,4}$	$S_{4,5}$	$S_{5,6}$	$S_{6,7}$	$S_{7,8}$	$S_{8,9}$	$S_{9,10}$	$S_{10,11}$	$S_{11,12}$	$S_{1,12}$
$S_{1,3}$	$S_{2,4}$	$S_{3,5}$	$S_{4,6}$	$S_{5,7}$	$S_{6,8}$	$S_{7,9}$	$S_{8,10}$	$S_{9,11}$	$S_{10,12}$	$S_{1,11}$	$S_{2,12}$
$S_{1,4}$	$S_{2,5}$	$S_{3,6}$	$S_{4,7}$	$S_{5,8}$	$S_{6,9}$	$S_{7,10}$	$S_{8,11}$	$S_{9,12}$	$S_{1,10}$	$S_{2,11}$	$S_{3,12}$
$S_{1,5}$	$S_{2,6}$	$S_{3,7}$	$S_{4,8}$	$S_{5,9}$	$S_{6,10}$	$S_{7,11}$	$S_{8,12}$	$S_{1,9}$	$S_{2,10}$	$S_{3,11}$	$S_{4,12}$
$S_{1,6}$	$S_{2,7}$	$S_{3,8}$	$S_{4,9}$	$S_{5,10}$	$S_{6,11}$	$S_{7,12}$	$S_{1,8}$	$S_{2,9}$	$S_{3,10}$	$S_{4,11}$	$S_{5,12}$
$S_{1,7}$	$S_{2,8}$	$S_{3,9}$	$S_{4,10}$	$S_{5,11}$	$S_{6,12}$	$S_{1,7}$	$S_{2,8}$	$S_{3,9}$	$S_{4,10}$	$S_{5,11}$	$S_{6,12}$
$S_{1,8}$	$S_{2,9}$	$S_{3,10}$	$S_{4,11}$	$S_{5,12}$	$S_{1,6}$	$S_{2,7}$	$S_{3,8}$	$S_{4,9}$	$S_{5,10}$	$S_{6,11}$	$S_{7,12}$
$S_{1,9}$	$S_{2,10}$	$S_{3,11}$	$S_{4,12}$	$S_{1,5}$	$S_{2,6}$	$S_{3,7}$	$S_{4,8}$	$S_{5,9}$	$S_{6,10}$	$S_{7,11}$	$S_{8,12}$
$S_{1,10}$	$S_{2,11}$	$S_{3,12}$	$S_{1,4}$	$S_{2,5}$	$S_{3,6}$	$S_{4,7}$	$S_{5,8}$	$S_{6,9}$	$S_{7,10}$	$S_{8,11}$	$S_{9,12}$
$S_{1,11}$	$S_{2,12}$	$S_{1,3}$	$S_{2,4}$	$S_{3,5}$	$S_{4,6}$	$S_{5,7}$	$S_{6,8}$	$S_{7,9}$	$S_{8,10}$	$S_{9,11}$	$S_{10,12}$
$S_{1,12}$	$S_{1,2}$	$S_{2,3}$	$S_{3,4}$	$S_{4,5}$	$S_{5,6}$	$S_{6,7}$	$S_{7,8}$	$S_{8,9}$	$S_{9,10}$	$S_{10,11}$	$S_{11,12}$

* 与圆心的距离为 d 且与 x 轴正向的角度为 $m \times 30^\circ$ 的单元。

$$\lambda_{i,j} = (C_{i,j}^m - C_{i,j(\text{gas})}) / \Delta C_{(i,j)} \quad (7c)$$

其中 $C_{i,j}^m$ 是测量电容值, $C_{i,j(\text{gas})}$ 和 $\Delta C_{(i,j)}$ 的含义与公式(6b)中的含义一致。

如果系统是线性的, 归一化测量电容应该是 $0 \leq \lambda_{i,j} \leq 1$ 。实际上, 由于保护电极和节点常数分布的不连续性的影响, 系统是非线性的。相对于管道内全是气体或油的情况而言, 管道内是油和气体的混合物时, 系统内的电力线将重新分布。这就导致某些探测电极比起管内全是油(或气体)时吸收更多(或更少)的电力线, 这样计算出来的归一化测量电容就会出现 $\lambda_{i,j} < 0$ 或 $\lambda_{i,j} > 1$ 的情况。和上述情况一样, 系统的灵敏度分布也会出现 $S_{i,j}(K) < 0$ 或 $S_{i,j}(K) > 1$ 的情况。在计算时, 可令当 $\lambda_{i,j} > 1$ 时, $\lambda_{i,j} = 1$; 当 $\lambda_{i,j} < 0$, $\lambda_{i,j} = 0$; 当 $S_{i,j}(K) = 1$, $S_{i,j}(K) = 1$ 时; 当 $S_{i,j}(K) < 0$ 时, $S_{i,j}(K) = 0$ 。

本文采用 0 到 255 的灰度级来显示图象, 如果计算出来的 $G_{(p)}$ 小于零, 则令, $G'_{(p)} = 0$, 否则令 $G'_{(p)} = 255 * G_{(p)}$, 然后对 $G'_{(p)}$ 作如下处理,

$$C_{L(p)} = \begin{cases} 0 & C'_{(p)} < \eta \\ C'_{(p)} & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

其中 η 是一个阈值, 本文采用动态阈值法确定它。首先对重建出的 $G'_{(p)}$ 计算出直方图分布, 用 $h(i)$ ($i = 0 \dots 255$) 表示每个灰度级的直方图大小, 则各灰度的概率分布为

$$P_i = h(i) / N, i = 0 \dots 255 \quad (9)$$

其中 N 为象素总数, 并有 $\sum_{i=0}^{255} h(i) = N$ 。将这组数据划分为两组概率分布, 一组取灰度级 $0-s$, 另一组则取 $s+1-255$:

组 A: $P_0/P_s, P_1/P_s, \dots, P_s/P_s$

组 B: $P_{s+1}/(1-P_s), P_{s+2}/(1-P_s), \dots, P_{255}/(1-P_s)$

其中, $P_s = \sum_{i=0}^s P_i, 1-P_s = \sum_{i=s+1}^{255} P_i$ 。则它们的熵为:

$$\begin{aligned} H(A) &= - \sum_{i=0}^s \frac{P_i}{P_s} \ln \frac{P_i}{P_s} \\ &= \frac{1}{P_s} \left[\sum_{i=0}^s P_i \ln P_i - P_s \ln P_s \right] \\ &= H_s / P_s + \ln P_s \end{aligned} \quad (10)$$

同理

$$\begin{aligned} H(B) &= - \sum_{i=1+s}^{255} \frac{P_i}{1-P_s} \ln \frac{P_i}{1-P_s} \\ &= (H_n - H_s) / (1 - P_s) \\ &\quad + \ln(1 - P_s) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $H_n = - \sum_{i=0}^{255} P_i \ln P_i$,

$H_s = - \sum_{i=0}^s P_i \ln P_i$ 。定义 $H_{(A)}$ 与 $H_{(B)}$ 之和 $\Delta(s)$

则得

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \ln P_s (1 - P_s) \\ &\quad + \frac{H_s}{P_s} + \frac{H_n - H_s}{1 - P_s} \end{aligned} \quad (12)$$

此时 $\Delta(s)$ 的意义为: 图象中各灰度值的信息量。当 $\Delta(s)$ 取最大值时的 s 值即为阈值 η 。

4 实验结果

用有 64×64 个象素的图像代表整个管道的横截面, 其中位于半径 R_1 内的象素数为 3217。理想模型中, 油所对应的灰度值是 255, 气体所对应的灰度

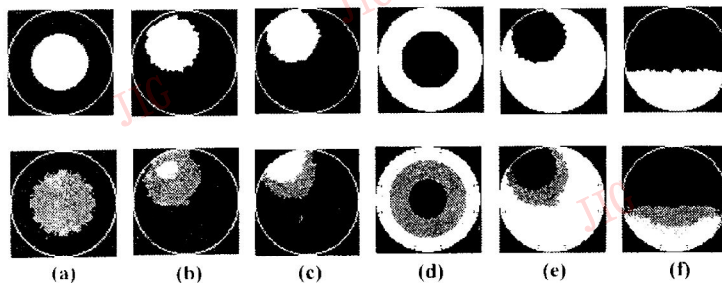


图 3 图(a)、(b)、(c)分别表示半径为 36mm 的油滴位于管道内三个不同位置时的实验结果; 图(d)、(e)分别表示半径为 36mm 的气泡位于管道内两个不同位置时的实验结果; 图(f)表示分层模型的实验结果。上图为理想模型, 下图为重建结果。白色代表油, 黑色代表气体。

Fig. 3 Fig. (a), (b) and (c) shows image reconstruction of one oil droplet in gas; fig. (d) and (e) shows image reconstruction of one gas droplet in oil; fig. (f) shows image reconstruction of a stratified flow. Images on the top are targets and images at the bottom are reconstruction results. Oil is white and gas is black.

值是0。实验中所用的各种参数为: $R_1=76.2\text{mm}$, $R_2=91.2\text{mm}$, $R_3=98.2\text{mm}$, $\theta=26^\circ$, $\epsilon_{sc}=4$, $\epsilon_{pl}=5.8$, $\epsilon_{gas}=1$ 和 $\epsilon_{oil}=3$, 径向屏蔽屏的长度为 $d=9\text{mm}$, 宽度为 1.6mm 。获得各种模型的重建结果(图3)。

通过分析实验结果得到:在一个充满气体的管道内,如果有一个油滴,那么,油滴在靠近管壁的位置,重建出的图象分辨率较高,而油滴在管道中心处,重建出的图象分辨率最低。这里图象分辨率是指重建图象所能分辨出的油滴横截面积的最小变化量。另外,对于同样大小的油滴,位于管道中心时重建出的图象误差大于油滴靠近管壁时重建出的图象误差。当管道内充满油,某个位置有气泡时,尤其当

气泡位于管道中心时,重建出的图象中气泡会因为它周围是油而变得很模糊。

参考文献

- 1 Huang S M, Xie C G, Thorn R, et al. Design of sensor electronics for electrical capacitance tomography. IEE Proc G, 1992, 139(1): 83~88.
- 2 盛剑霓主编. 电磁场数值分析, 北京: 科学出版社, 1984.
- 3 Xie C G, Huang S M, Hoyle B S, et al. Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. IEE Proc G, 1992, 139(1): 89~98.



马宁 武汉大学电子信息学院博士研究生, 主要的研究方向是图象处理, 图象重建等。

Multi-electrode Capacitance Tomography for Reconstructing Flow Distributions

Ma Ning Wang Yanping

(Lab of Signal Processing, Wuhan University, State Key Lab of Software Engg, Wuhan 430072)

Abstract This paper describes a multi-electrode capacitance tomography system used for two component flow imaging. When the component distribution of the flow is given, the capacitance between any two electrodes can be calculated through a finite element method. Then the sensitivity distribution of the system can also be determined by this method. The image of the flow component distribution is reconstructed by using a back-projection algorithm from the calculated sensitivity distribution.

Keywords Capacitance tomography, Finite element method, Back-projection